

Nom :

Prénom :

Groupe :

Mathématiques - Devoir Surveillé 1

Vendredi 14 novembre 2020 - Durée : 2h00

Tout document et appareil électronique est interdit

Toute réponse doit être rigoureusement justifiée et une attention particulière sera portée à la rédaction et à la présentation.

Exercice 1 Les questions suivantes sont indépendantes

1. Écrire avec des quantificateurs la proposition suivante : “la fonction f est strictement positive sur $]0; +\infty[$ ”.
2. Donner la négation de : $\exists x \in \mathbb{R}$ tel que $x^2 + x + 1 = 0$.
3. Donner la contraposée de : Si tu échoues à ton diplôme, tu ne partiras pas en vacances
4. Répondre par Vrai ou Faux en justifiant :
 - (a) $\forall x \in \mathbb{R} \cos(x + \frac{\pi}{2}) + \cos(x + \pi) + \cos(x + 3\pi) + \cos(x + 2\pi) = 0$.
 - (b) $\sum_{k=1}^5 k(k+1) = 70$

Exercice 2 Les questions suivantes sont indépendantes.

1. Donner la mesure principale de $\frac{317\pi}{6}$.
2. Donner la valeur exacte de $\cos\left(\frac{-5\pi}{4}\right)$.
3. Donner toutes les solutions sur $[0; 2\pi]$ de $\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$
4. Mettre sous la forme $A \sin(\omega x + \varphi)$ avec $A > 0$ l'expression $f(x) = \cos(3x) - \sin(3x)$.

Exercice 3 Les questions suivantes sont indépendantes.

1. Soit les fonctions f et g définies par :

$$f(x) = e^{x^2+1} \quad g(x) = \frac{1}{\sqrt{2x-3}} + 4$$

Écrire f et g comme composées de fonctions usuelles différentes de l'identité.

2. Résoudre l'équation suivante

$$\left| \frac{x}{2} - 1 \right| = 1$$

Exercice 4 Les questions suivantes sont indépendantes.

1. Soit $g(t) = \sqrt{2-3t}$. Calculer $g'(t)$.

2. On considère la fonction $h(t) = \ln(4t^2 + 1)$.

- Déterminer l'ensemble de définition de h .
- Déterminer la dérivée de h et en déduire le sens de variation de h .
- Déterminer la limite de h en $+\infty$.
- Parmi les courbes suivantes, quelle est la courbe représentative de h ?

