

Nom :

Prénom :

Groupe :

## Mathématiques - Devoir Surveillé 1

### Vendredi 01 octobre 2021 - Durée : 2h00

*Tout document et appareil électronique est interdit*

*Toute réponse doit être rigoureusement justifiée et une attention particulière sera portée à la rédaction et à la présentation.*

#### Exercice 1 (10 minutes)

Déterminer les dérivées des fonctions suivantes :

1.  $f(x) = e^{x^4+2x^3+4}$

2.  $g(x) = (2x + 1) \cos(x)$

3.  $u(x) = \ln(x^2 + 1)$

4.  $v(x) = \sqrt{3x^2 + 4}$

#### Exercice 2 (35 minutes)

1. Déterminer les valeurs de  $x$  décrites par les inéquations suivantes :

(a)  $|x| \leq -\sqrt{3}$

(b)  $|x - 3| \geq 2$

(c)  $|4x + 1| < 1$

2. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :

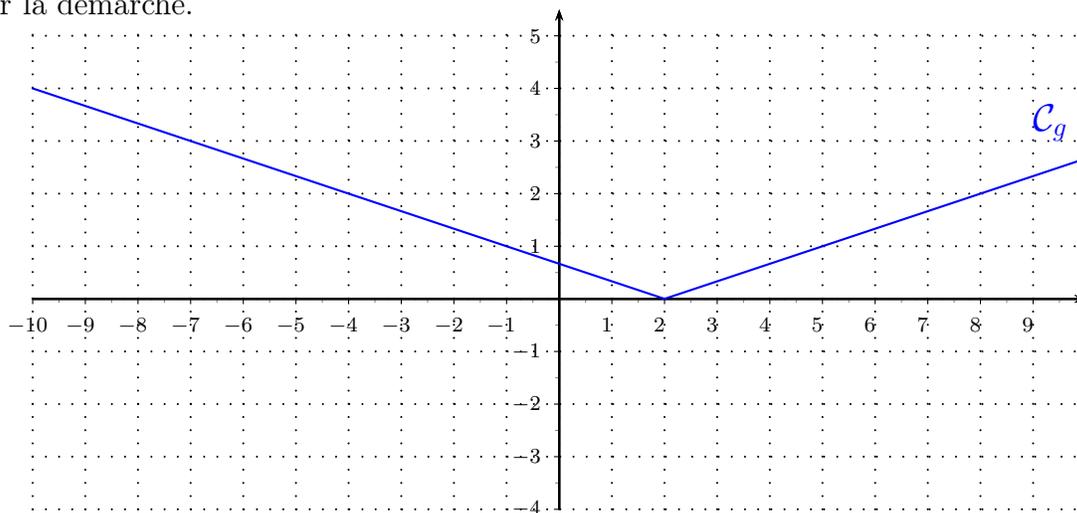
(a)  $|-3x| = 1$

(b)  $|x - 1| + |4x + 6| = 25$

3. Tracer sur le graphique ci-dessous la représentation graphique de la fonction  $f$  définie par

$$f(x) = \left| \frac{1}{2}x + 2 \right|$$

Justifier la démarche.



4. Déterminer l'expression de la fonction  $g$  représentée sur le graphique ci-dessus en utilisant une valeur absolue.

**Exercice 3** (40 minutes)

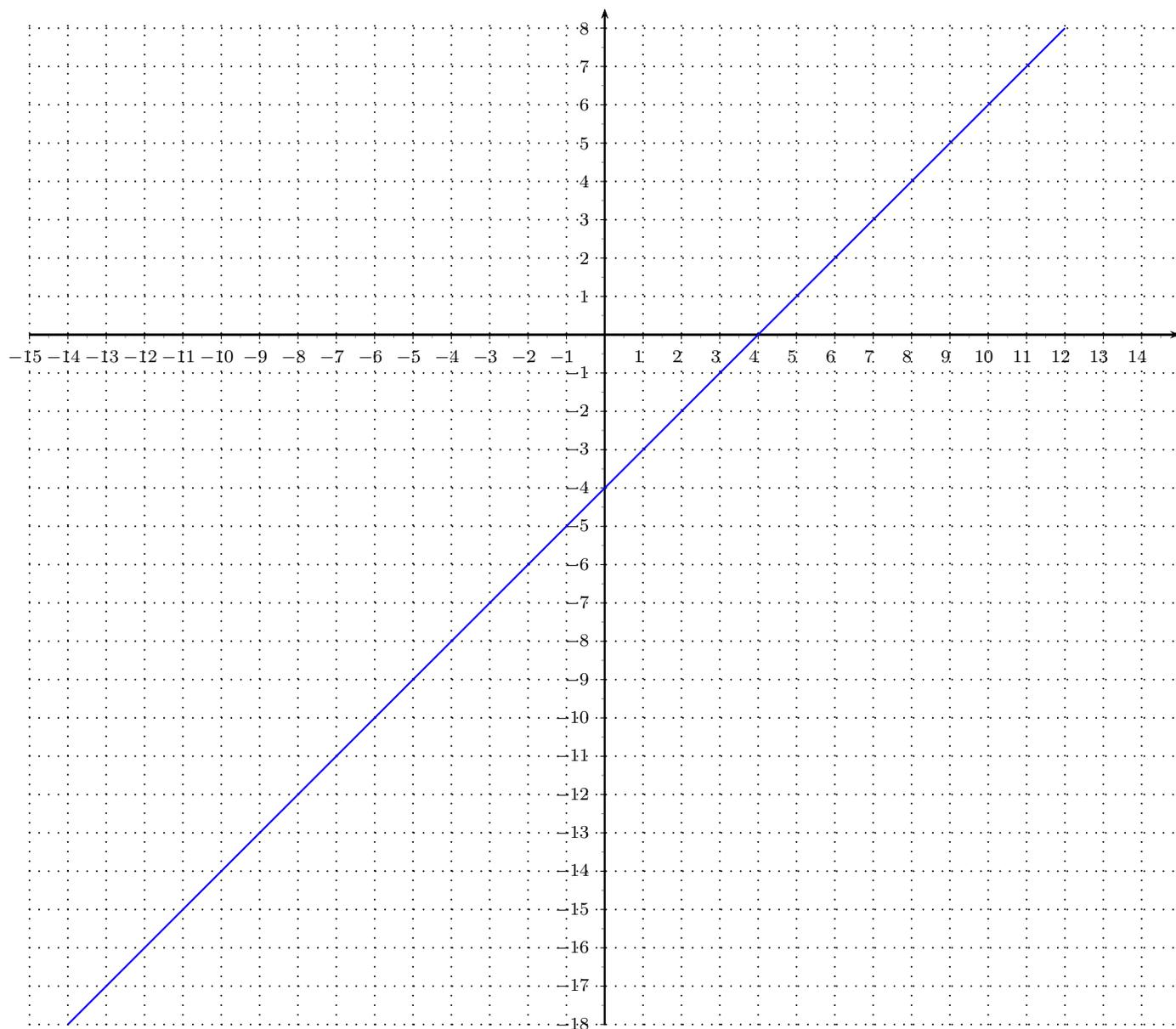
Les questions 1 et 2 ne sont pas indépendantes.

1. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :  $x^2 + 4x - 5 = 0$

2. Soit la fonction définie par :

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x + 2}$$

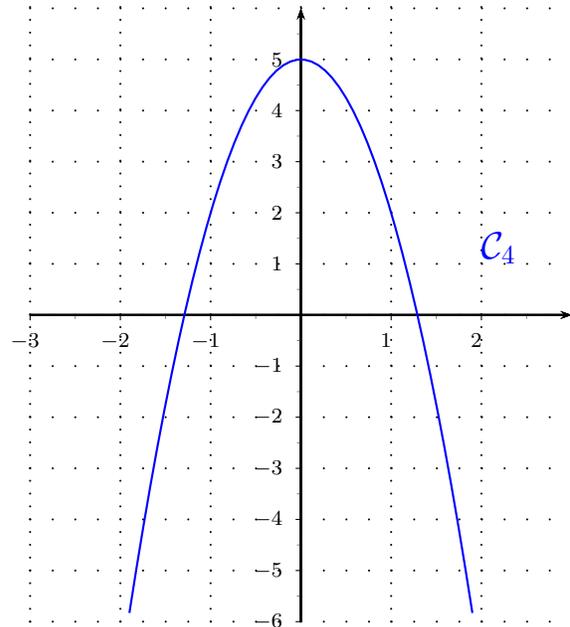
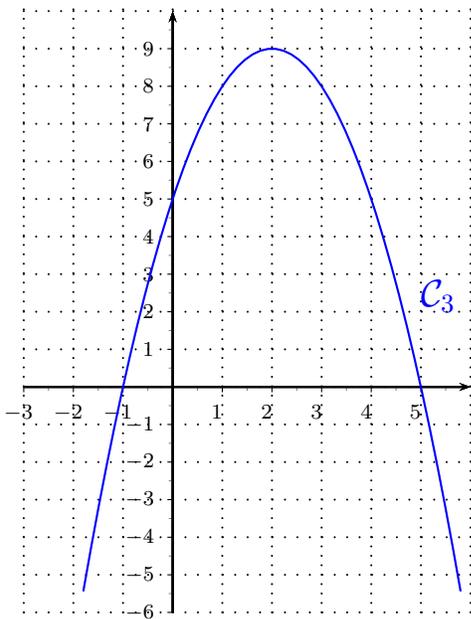
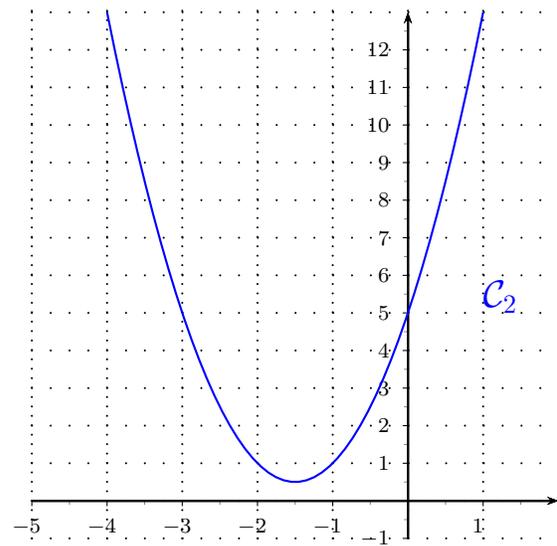
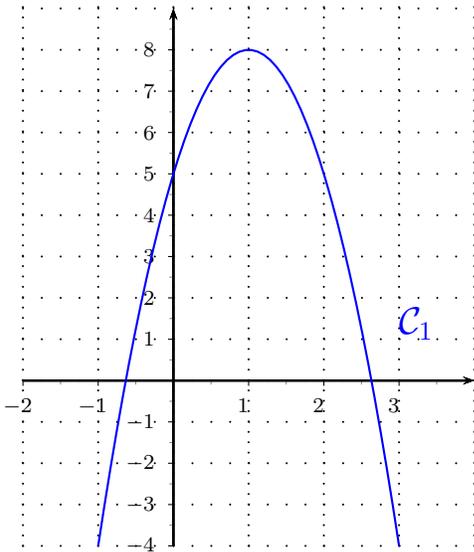
- Donner l'ensemble de définition de  $f$ .
- Déterminer la fonction dérivée de  $f$ .
- Déterminer les limites de  $f$  en  $-\infty$  et  $+\infty$ .
- Déterminer les limites de  $f$  en  $-2$ .
- Dresser le tableau de variation de la fonction  $f$ .
- La droite tracée sur le graphique ci-dessous est asymptote à la courbe représentative de  $f$  en l'infini.
  - Déterminer l'équation de cette droite.
  - Tracer l'allure de la courbe représentative de  $f$  sur le graphique ci-dessous.



**Exercice 4 (10 minutes)**

On considère la fonction  $f(x) = -3x^2 + 5$ .

1. Parmi les courbes suivantes, indiquer celle qui correspond à la représentation graphique de  $f$  :

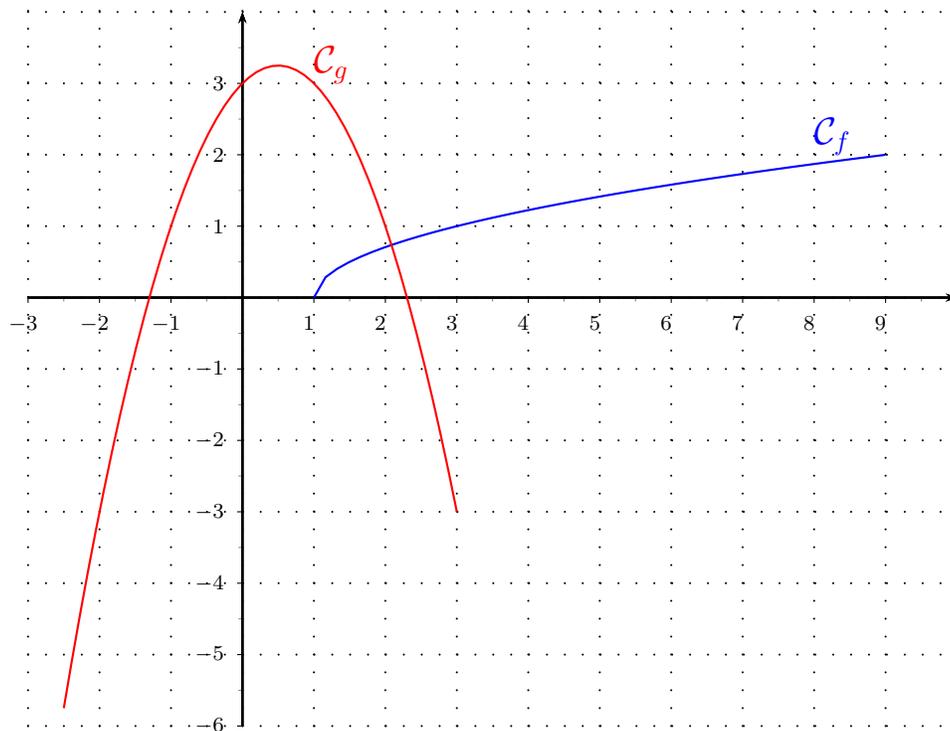


2. Déterminer l'image de 3.
3. Déterminer le(s) antécédent(s) de  $-31$ .
4. Déterminer l'image par  $f$  de l'intervalle  $[0; 3[$ .
5. Déterminer l'image par  $f$  de l'intervalle  $] - 1; +\infty[$ .

**Exercice 5 (25 minutes)**

Les questions suivantes sont indépendantes.

1. On considère les représentations graphiques des fonctions  $f$  et  $g$  suivantes :



Déterminer, si possible, les valeurs de :

- (a)  $f \circ g(-1)$                       (b)  $g \circ f(-1)$                       (c)  $g \circ g(1)$
2. On considère les fonctions  $f$  et  $g$  définies par :

$$f(x) = \sqrt{2x+1} \quad g(x) = x^2 - x + 1$$

Donner les expressions des fonctions composées suivantes :

- (a)  $f \circ g$                       (b)  $g \circ f$                       (c)  $g \circ g$
3. Dans chaque cas, donner deux fonctions  $u$  et  $v$  telles que  $f = v \circ u$  avec  $u$  et  $v$  différentes de l'identité.

(a)  $f(x) = x^5 + 2$

(b)  $f(x) = \frac{1}{\ln(x^2+3)}$