

# Mathématiques - Devoir Surveillé 1

## Vendredi 19 novembre 2021 - Durée : 1h30

*Tout document et appareil électronique est interdit*

*Toute réponse doit être rigoureusement justifiée et une attention particulière sera portée à la rédaction et à la présentation.*

### Exercice 1 (15 minutes)

Répondre par **Vrai** ou **Faux** en justifiant (toute réponse non justifiée ne rapporte rien).

1.  $\frac{2 - 2^{-2}}{2 + 2^{-2}} = \frac{7}{9}$

2. Si  $\sqrt{50} - \sqrt{8} = \sqrt{x}$  alors  $x = 18$

3. Soient  $a$  et  $b$  deux réels. Si  $a \neq 0$  et  $a + b = 0$  alors  $\frac{b^{2021}}{a^{2021}} = 1$

4. Soient  $a$  et  $b$  deux réels.  $ab \leq 0 \Rightarrow a \leq 0$  et  $b \geq 0$ .

### Exercice 2 (15 minutes)

1. Soit la propriété  $P_1 : \forall x \in \mathbb{R}, \exists b \in \mathbb{N}$  tel que  $x^2 > b$ .

(a) Dire si la propriété  $P_1$  est vraie ou fausse.

(b) Écrire la négation de  $P_1$ .

(c) La propriété non- $P_1$  est-elle vraie ou fausse ?

2. Dire si la propriété  $P_2$  est vraie ou fausse :

$$P_2 : \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2, \exists z \in [0; +\infty[ \text{ tel que } (x + y)^2 = x^2 + y^2 + z$$

3. Donner un exemple de fonction qui vérifie la propriété  $P_3 : \exists m \in [0; +\infty[$  tel que  $\forall x \in \mathbb{R} : f(x) > m$

### Exercice 3 (10 minutes)

1. Écrire les sommes suivantes en utilisant le signe Sigma :

(a)  $S_1 = 16 + 25 + 36 + \dots + 400$

(c)  $S_3 = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 + \dots + 171 - 172 + 173$

(b)  $S_2 = \frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{7}{8} + \dots + \frac{31}{32}$

2. Donner la valeur exacte des deux sommes suivantes :

(a)  $S_4 = \sum_{k=2}^5 k \times (k + 1)$

(b)  $S_5 = \sum_{n=0}^{12} 17$

### Exercice 4 (10 minutes)

1. Donner la mesure principale de chacun des angles suivants

(a)  $\theta_1 = \frac{11\pi}{6}$

(b)  $\theta_2 = \frac{31\pi}{2}$

(c)  $\theta_3 = -\frac{49\pi}{17}$

(d)  $\theta_4 = \frac{2677\pi}{4}$

2. Donner les valeurs de

(a)  $\arctan(-1)$                       (c)  $\arctan\left(\tan\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right)$                       (e)  $\cos\left(\frac{7\pi}{6}\right)$   
(b)  $\arctan\left(\tan\left(\frac{\pi}{6}\right)\right)$                       (d)  $\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)$

**Exercice 5** (25 minutes)

1. Donner la liste des réels  $x \in ]-\pi; \pi]$  qui vérifie  $x = \frac{5\pi}{6} + k \times \frac{\pi}{3}$ , avec  $k \in \mathbb{Z}$ .
2. Résoudre sur  $[0; 2\pi[$  l'équation  $\sin(3x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ .
3. Résoudre sur  $[0; 2\pi[$  l'équation  $\sin(2x) = \cos(x)$ .
4. Dire si les propriétés suivantes sont vraies pour tout  $x \in \mathbb{R}$  :  
(a)  $\sin(x + 31\pi) = -\sin(x)$                       (c)  $\sin(2x) \cos(2x) = \sin(4x)$   
(b)  $\cos\left(x + \frac{3\pi}{2}\right) = -\sin(x)$

**Exercice 6** (15 minutes)

1. Is the function  $f(t) = e^{-3t} + e^{2t}$  a solution of the differential equation  $\frac{dy}{dt}(t) + 3y(t) = 5e^{2t}$ ?
2. Is the function  $f(t) = \frac{1}{4}t^2 + \frac{3}{8}$  a solution of the differential equation :  $y''(t) - 4y(t) = t^2 + 1$ ?
3. For each differential equation below, indicate the order and if it is linear, homogenous or has constant coefficients.  
(a)  $y'(t) + 3ty(t) = 0$   
(b)  $y'(t) \times y(t) = 2$   
(c)  $y''(t) - 3y'(t) + y(t) = 2t + 1$
4. Solve the differential equation :  $y'(t) - 3y(t) = 0$ .