

Nom :

Prénom :

Groupe :

Mathématiques - Devoir Surveillé 3

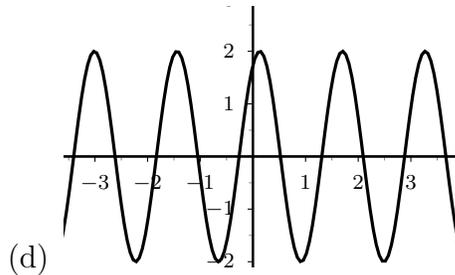
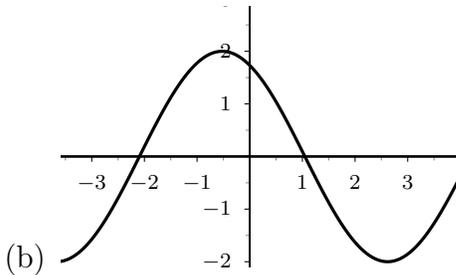
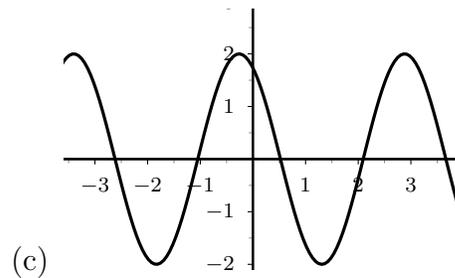
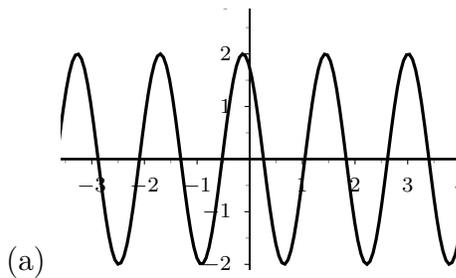
Vendredi 18 décembre 2015 - Durée : 2h00

Tous documents et appareils électroniques sont interdits.

Toute réponse doit être rigoureusement justifiée et une attention particulière sera portée à la rédaction et à la présentation.

Exercice 1 Soit la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(t) = \sqrt{3} \cos(2t) - \sin(2t)$.

1. Écrire f sous la forme $f(t) = A \cos(\omega t - \phi)$.
2. Parmi les courbes suivantes, dire celle qui est la représentation graphique de f , en justifiant.



Exercice 2

1. Résoudre dans \mathbb{R} , si possible :

(a) $|-2x + 1| = 0$

(b) $|-2x + 1| = -4$

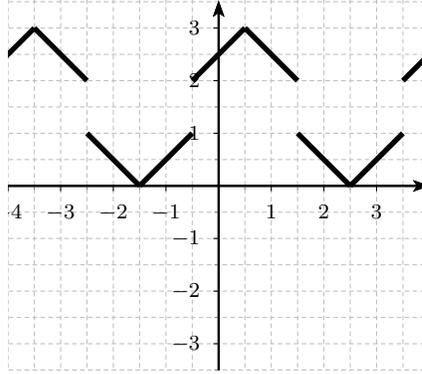
(c) $|-2x + 1| = 4$

2. Soit $a \in \mathbb{R}$. Résoudre dans \mathbb{R} , si possible, en fonction des valeurs de a :

$$|ax + 1| = 2a$$

Exercice 3

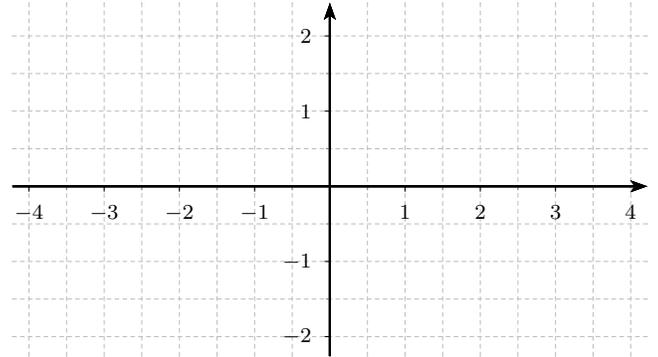
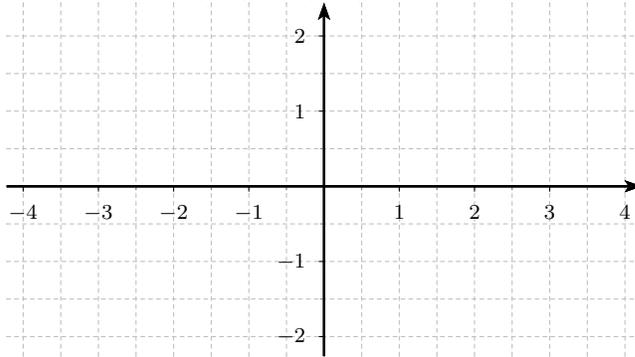
1. Déterminer la parité des fonctions suivantes :
 - (a) $f(x) = \cos(\sin(x))$,
 - (b) $g(x) = x^3 h(x) - x$, avec h est une fonction paire,
2. h est une fonction périodique de période 4 dont la courbe est :



Déterminer les valeurs de a et b telles que la fonction $k(t) = h(t + a) + b$ soit une fonction impaire, puis tracer la courbe de k sur le même graphique.

Exercice 4 Tracer les représentations graphiques des fonctions suivantes :

1. $f(x) = 2(x-2)\mathcal{U}(x-2) + (6-2x)\mathcal{U}(x-3)$
2. $g(x) = \mathcal{U}(2x - 1)$



Exercice 5 On considère les fonctions $f(x) = x^2$, $g(x) = 2x - 3$ et $h(x) = -x + 1$.

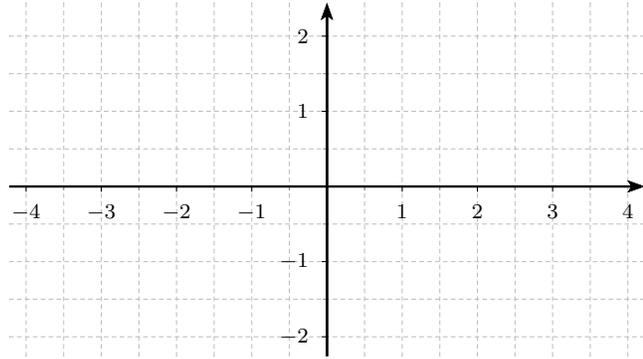
1. Décomposer les fonctions suivantes en utilisant uniquement les fonctions f , g et h :
 - (a) $u(x) = -2x^2 + 4$
 - (b) $v(x) = (2x^2 - 3)^2$
2. Déterminer $g \circ g \circ g$.
3. Déterminer une fonction v telle que $g \circ w(x) = x$.

Exercice 6

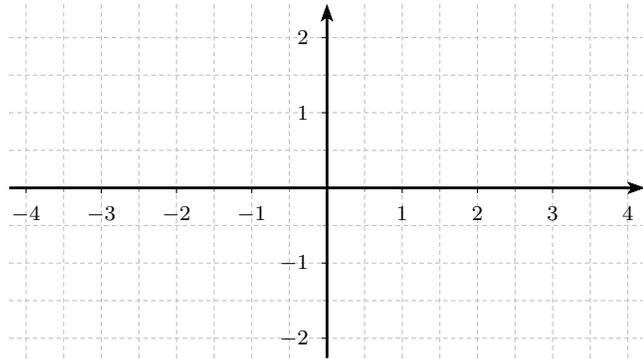
1. Déterminer les solutions de l'équation $\delta^2 = 8 + 6i$ (On pourra chercher δ sous la forme $\delta = a + ib$).
2. Résoudre dans \mathbb{C} l'équation : $Z^2 + (1 - 3i)Z - (4 + 3i) = 0$.

Exercice 7 Est-il possible de tracer les fonctions suivantes sur \mathbb{R} ? Si oui, les dessiner sur l'intervalle $[-4, 4]$. Si non, expliquez pourquoi.

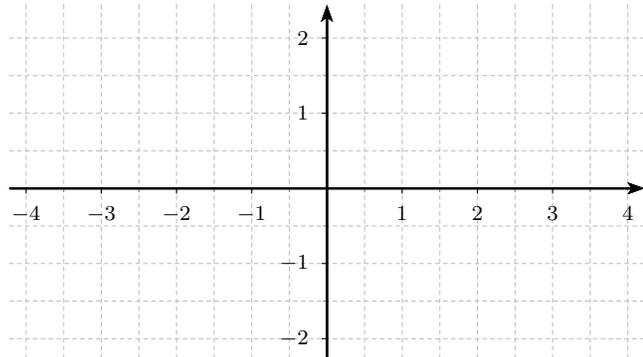
- 1.
- f_1 est paire,
 - f_1 est périodique de période 4,
 - $f_1(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ -1 & \text{si } 1 \leq x < 2 \end{cases}$



- 2.
- f_2 est paire,
 - f_2 est périodique de période 2,
 - $f_2(x) = 1$ si $-\frac{1}{2} \leq x < \frac{1}{2}$



- 3.
- f_3 est impaire,
 - f_3 est périodique de période 4,
 - $f_3(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ -1 & \text{si } 1 \leq x < 2 \end{cases}$



Exercice 8 Calculer les limites suivantes

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x) - 1}{x}$

2. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x + 2}$

3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{2x - 2}$