Nom : Prénom : Groupe :

Mathématiques - Devoir Surveillé 1
Vendredi 07 octobre 2022 - Durée : 1h30

Tout document et appareil électronique est interdit

Toute réponse doit être rigoureusement justifiée et une attention particulière sera portée à la rédaction et à la présentation.

Exercice 1

1. Dire si les suites suivantes sont arithmétiques ou géométriques ou ni l'une ni l'autre. Préciser la raison quand elle existe.

   (a) $U_n = \frac{2^{n+2}}{5^{2n}}$

   (b) $U_n = \frac{2n^2+n+3}{n^2+4}$

   (c) $U_{n+1} = 2U_n + 5$

   (d) $U_n = 4n + 3$

   (e) $U_{n+1} = 3U_n$

   (f) $U_{n+1} = U_n + \frac{1}{2}$

2. Déterminer la limite des suites suivantes.

   (a) $U_n = \frac{2^{n+2}}{5^{2n}}$

   (b) $U_n = \frac{2n^2+n+3}{n^2+4}$

   (c) $U_n = 4n + 3$

   (d) $U_{n+1} = 3U_n$ avec $U_0 = 2$

Exercice 2 Les questions suivantes sont indépendantes.

1. Calculer la somme suivante : $\displaystyle\sum_{k=2}^{5} 2k + 1$.

2. Soit $N \in \mathbb{N}$ et $S_N = \displaystyle\sum_{k=1}^{N} \frac{1}{3^n}$.

   (a) Exprimer S_N en fonction de N.

   (b) En déduire $\lim\limits_{N\to+\infty} S_N$.

3. Déterminer la nature des séries suivantes :

   (a) $\sum \frac{4}{5^{2n}}$

   (b) $\sum \frac{1}{\sqrt{n}}$

   (c) $\sum \frac{4^{n-3}+2}{2^n+4}$

   (d) $\sum n^2 \sin\left(\frac{1}{n^4}\right)$

Exercice 3 Calculer les intégrales suivantes :

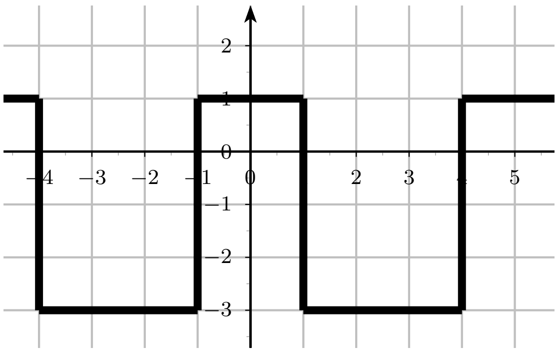
1. $I_1 = \int_0^2 3t^4 + 5t^3 + t + 2dt$
2. $I_2 = \int_0^\pi \cos(3t)\sin^2(3t)dt$
3. $I_3 = \int_{-1}^0 \frac{2}{(t-3)(t-1)}dt$
4. $I_4 = \int_{-2}^2 \sin(3t) + 3tdt$
5. $I_5 = \int_0^1 (2t+3)e^{4t}dt$
6. $I_6 = \int_{-1}^1 \frac{2}{t^2+4}dt$

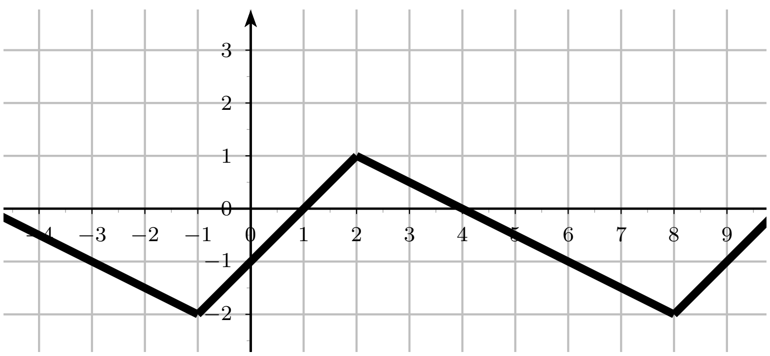
Exercice 4

1. Mettre sous la forme $s(t) = A\sin(\omega t + \varphi)$ avec $A > 0$ les signaux suivants :
   (a) $s_1(t) = -\sin(10t)$
   (b) $s_2(t) = -2\cos(20t) + 2\sqrt{3}\sin(20t)$
   (c) $s_3(t) = 2\cos(-40t)$
2. Représenter le spectre d'amplitude et le spectre de phase (par rapport au sinus) du signal suivant :

$$s(t) = 3 - \sin(10t) - 2\cos(20t) + 2\sqrt{3}\sin(20t) + 3\sin(30t) + 2\cos(40t).$$

Exercice 5 Pour chacun des signaux périodiques suivants, calculer la valeur moyenne.

1. 

2. 

3. $f(t) = \cos(\pi t)$