

Mathématiques - Devoir Surveillé 1 - Sujet 1

Vendredi 18 septembre 2026 - Durée : 1h00

Tout document et appareil électronique est interdit

Toute réponse doit être rigoureusement justifiée et une attention particulière sera portée à la rédaction et à la présentation.

Le barème est indicatif (soin sur 1 point).

Exercice 1 $\simeq 10$ min - sur 4 points

1. Tracer, sur le graphique ci-dessous, les droites représentatives des fonctions suivantes :

(a) $f(x) = -2x + 5$ en expliquant votre démarche.

C'est une fonction affine de coefficient directeur -2 et d'ordonnée à l'origine 5 . On trace donc le point $(0; 5)$, puis on se déplace de 1 vers la droite et de 2 vers le bas (car le coefficient directeur est -2) pour obtenir un second point, par exemple $(1; 3)$. On relie les deux points.

(b) $g(x) = \frac{4}{5}x - 1$ sans justifier.

Droite passant par $(0; -1)$ de coefficient directeur $\frac{4}{5}$ (on avance de 5 , on monte de 4), par exemple le point $(5; 3)$.

2. Donner les équations de chacune des droites suivantes ($\mathcal{C}_h$ et $\mathcal{C}_k$) en expliquant votre démarche.

Pour une droite non verticale, l'équation est de la forme $y = ax + b$, où b est l'ordonnée à l'origine (lue sur le graphique) et a le coefficient directeur, obtenu à partir de deux points $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ de la droite par

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}.$$

Droite $\mathcal{C}_h$: elle passe par $(0; 6)$ et par $(9; 3)$. Donc

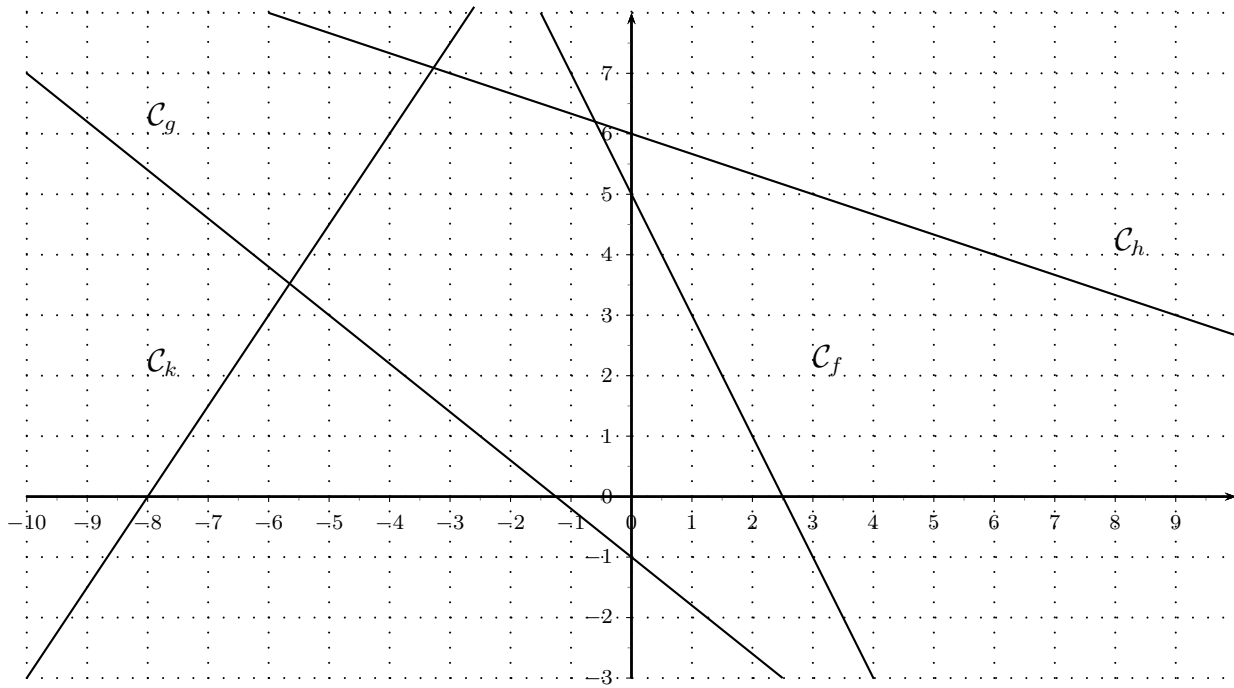
$$a = \frac{3 - 6}{9 - 0} = \frac{-3}{9} = -\frac{1}{3}, \quad b = 6.$$

$$\boxed{\mathcal{C}_h : y = -\frac{1}{3}x + 6}$$

Droite $\mathcal{C}_k$: elle passe par $(-8; 0)$ et par $(-4; 8)$. Donc

$$a = \frac{8 - 0}{-4 - (-8)} = \frac{8}{4} = 2, \quad b = 2 \times 8 = 16 \text{ (en utilisant le point } (-8; 0)).$$

$$\boxed{\mathcal{C}_k : y = 2x + 16}$$


Exercice 2 $\simeq 15$ min - sur 6 points

1. Écrire sous forme d'une puissance de 10 :

$$A = \frac{(2^{-1} \times 10^{-2})^{-3} \times 5 \times 10^{-9}}{4 \times 10^{-2}} \quad B = \frac{10^3}{\frac{10^2}{10^{-6}}}$$

On calcule d'abord $(2^{-1} \times 10^{-2})^{-3} = 2^3 \times 10^6 = 8 \times 10^6$.

$$A = \frac{8 \times 10^6 \times 5 \times 10^{-9}}{4 \times 10^{-2}} = \frac{40 \times 10^{-3}}{4 \times 10^{-2}} = 10 \times 10^{-1} = 10^0$$

$$\boxed{A = 1 = 10^0}$$

Ensuite, pour B :

$$B = \frac{10^3}{10^{2-(-6)}} = \frac{10^3}{10^8}$$

$$\boxed{B = 10^{-5}}$$

2. Écrire sous forme de fraction irréductible :

$$C = \frac{16 + \frac{1}{4}}{16 - \frac{1}{4}} \quad D = \frac{6 \times 7 \times 200}{30 \times 14 \times 8}$$

$$C = \frac{16 + \frac{1}{4}}{16 - \frac{1}{4}} = \frac{\frac{65}{4}}{\frac{63}{4}} = \frac{65}{63}$$

$65 = 5 \times 13$ et $63 = 9 \times 7$ n'ont aucun facteur commun, donc $\boxed{C = \frac{65}{63}}$ est déjà irréductible.

$$D = \frac{6 \times 7 \times 200}{30 \times 14 \times 8} = \frac{6}{30} \times \frac{7}{14} \times \frac{200}{8} = \frac{1}{5} \times \frac{1}{2} \times 25 = \frac{25}{10}$$

$$\boxed{D = \frac{5}{2}}$$

3. Encadrer $\sqrt{70}$ entre 2 entiers consécutifs.

$8^2 = 64$ et $9^2 = 81$, or $64 < 70 < 81$, donc

$$\boxed{8 < \sqrt{70} < 9}$$

4. Simplifier : $E = \sqrt{192} - 7\sqrt{27}$

$$E = \sqrt{192} - 7\sqrt{27} = \sqrt{64 \times 3} - 7\sqrt{9 \times 3} = 8\sqrt{3} - 7 \times 3\sqrt{3} = 8\sqrt{3} - 21\sqrt{3}$$

$$\boxed{E = -13\sqrt{3}}$$

Exercice 3 $\simeq 10$ min - sur 4 points

1. Résoudre les équations suivantes :

$$\frac{\frac{1}{2}x + 1}{x - 3} = 4 \qquad \frac{3}{x} + 1 = \frac{1}{x} + 3$$

Équation 1 (avec $x \neq 3$) :

$$\frac{\frac{1}{2}x + 1}{x - 3} = 4 \iff \frac{1}{2}x + 1 = 4(x - 3) \iff \frac{1}{2}x + 1 = 4x - 12$$

$$\iff 1 + 12 = 4x - \frac{1}{2}x \iff 13 = \frac{7}{2}x \iff x = \frac{26}{7}$$

Cette valeur est bien différente de 3, donc $\boxed{x = \frac{26}{7}}$.

Équation 2 (avec $x \neq 0$) :

$$\frac{3}{x} + 1 = \frac{1}{x} + 3 \iff \frac{3}{x} - \frac{1}{x} = 3 - 1 \iff \frac{2}{x} = 2 \iff \boxed{x = 1}$$

2. Soit l'expression : $y = \tan(\theta) \times \left(1 - \frac{x}{R}\right)$. Déterminer R en fonction de x , y et $\tan(\theta)$.

$$y = \tan(\theta) \left(1 - \frac{x}{R}\right) \iff \frac{y}{\tan(\theta)} = 1 - \frac{x}{R} \iff \frac{x}{R} = 1 - \frac{y}{\tan(\theta)}$$

$$\boxed{R = \frac{x}{1 - \frac{y}{\tan(\theta)}} = \frac{x \tan(\theta)}{\tan(\theta) - y}}$$

Exercice 4 $\simeq 15$ min - sur 5 points

1. Déterminer les dérivées des fonctions suivantes :

(a) $f(t) = 2t^5 + 3t^4 - 4t^3 - 5t^2 + 6t + 7$

$$f'(t) = 10t^4 + 12t^3 - 12t^2 - 10t + 6$$

(b) $g(t) = 3t \sin(t)$, produit de $u = 3t$ ($u' = 3$) et $v = \sin(t)$ ($v' = \cos(t)$) :

$$g'(t) = 3 \sin(t) + 3t \cos(t)$$

(c) $h(t) = \frac{t^2 - 3}{t + 3}$, quotient de $u = t^2 - 3$ ($u' = 2t$) et $v = t + 3$ ($v' = 1$) :

$$h'(t) = \frac{u'v - uv'}{v^2} = \frac{2t(t+3) - (t^2-3)}{(t+3)^2} = \frac{2t^2 + 6t - t^2 + 3}{(t+3)^2}$$

$$h'(t) = \frac{t^2 + 6t + 3}{(t+3)^2}$$

(d) $k(t) = 3 \ln(2t + 5)$

$$k'(t) = 3 \times \frac{2}{2t+5} = \frac{6}{2t+5}$$

(e) $l(t) = e^{-\frac{t}{2}}$

$$l'(t) = -\frac{1}{2}e^{-\frac{t}{2}}$$

2. Déterminer les primitives des fonctions suivantes :

(a) $U(t) = Ri$ (R et i constants) : une primitive est

$$Rit + K, \quad K \in \mathbb{R}$$

(b) $m(t) = 2t - 5$: une primitive est

$$M(t) = t^2 - 5t + K, \quad K \in \mathbb{R}$$

(c) $p(t) = \frac{1}{2t-5}$: on reconnaît la forme $\frac{u'}{u}$ avec $u = 2t - 5$, $u' = 2$, donc $p(t) = \frac{1}{2} \times \frac{u'}{u}$, dont une primitive est

$$P(t) = \frac{1}{2} \ln |2t - 5| + K, \quad K \in \mathbb{R}$$

Exercice 5 $\simeq 10$ min - sur 4 points

1. Mettre en notation scientifique les nombres suivants : $F = 0,000314$ $G = 21,42$

$$F = 0,000314 = 3,14 \times 10^{-4}$$

$$G = 21,42 = 2,142 \times 10^1$$

2. Mettre en notation ingénieure les nombres suivants : $H = 0,000314$ $I = 12345678$

On cherche un exposant multiple de 3.

$$H = 0,000314 = 314 \times 10^{-6}$$

$314 \in [1; 1000[$ et -6 est multiple de 3, donc

$$H = 314 \times 10^{-6}$$

$$I = 12345678 = 12,345678 \times 10^6$$

$12,345678 \in [1; 1000[$ et 6 est multiple de 3, donc

$$I = 12,345678 \times 10^6$$