Nom : Prénom : Groupe :

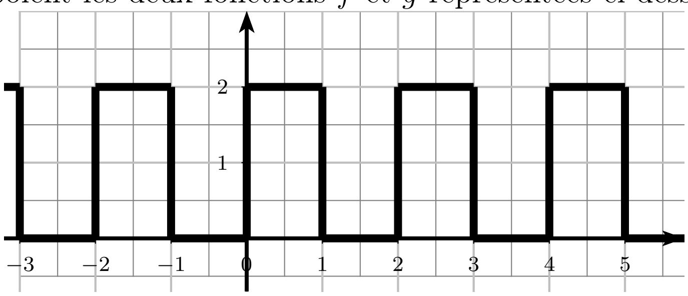
Mathématiques - Devoir Surveillé 3
Vendredi 21 novembre 2025 - Durée : 1h40

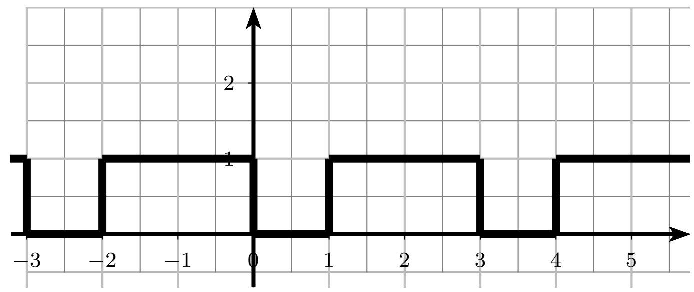
Tout document et appareil électronique est interdit

Toute réponse doit être justifiée et une attention particulière sera portée à la rédaction et à la présentation.

Exercice 1 $\simeq$ ***10 min***

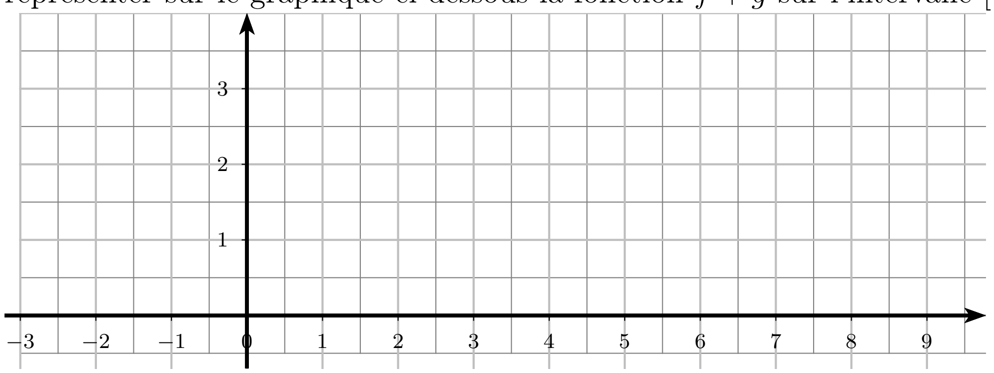
1. Soient les deux fonctions f et g représentées ci-dessous.





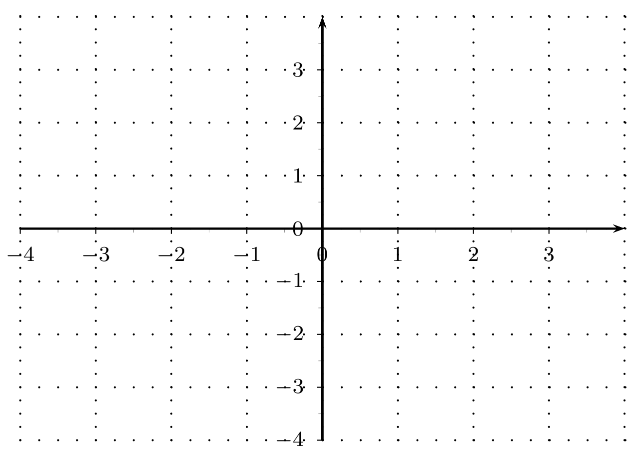
   (a) Déterminer les périodes de f, g et $f+g$.

   (b) représenter sur le graphique ci-dessous la fonction $f+g$ sur l'intervalle $[-3;9]$.



2. Tracer, en expliquant votre démarche, sur l'intervalle $[-3,3]$ la fonction f, définie sur $\mathbb{R}$ et vérifiant toutes les propriétés suivantes :

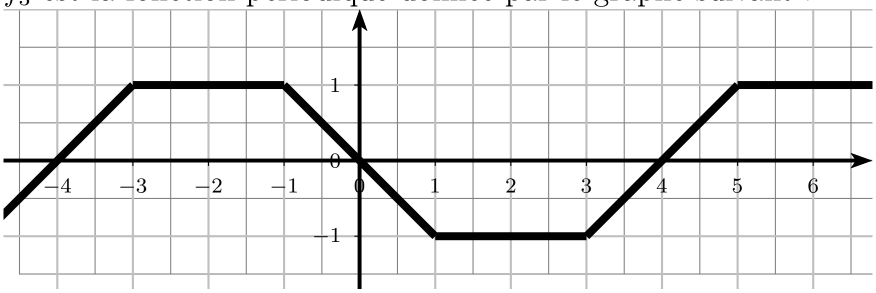
$$\begin{cases} f(t) = -2t+2 \text{ sur }]0,1[\\ f \text{ est impaire} \\ f \text{ est 2-périodique} \end{cases}$$



Exercice 2 $\simeq$ ***10 min***

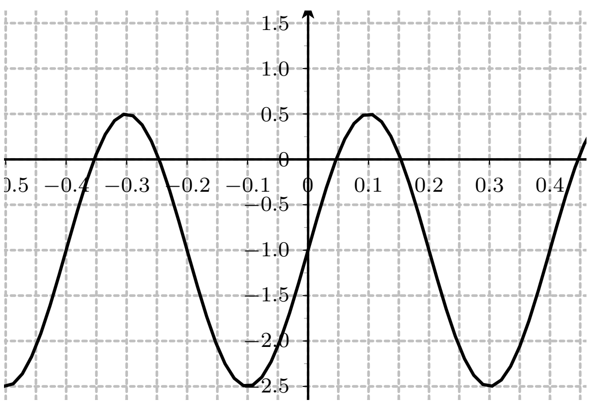
Pour chacune des 3 fonctions suivantes : déterminer la parité et la période.

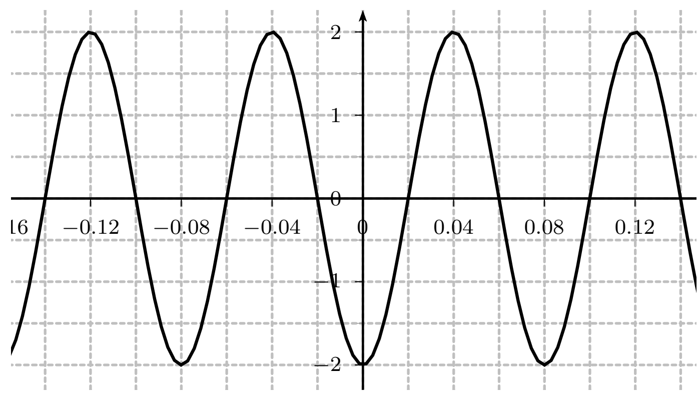
1. $f_1(t) = 17\sin(15\pi t)$
2. $f_2(t) = 2\cos(48\pi t) - 3\sin(30\pi t)$
3. f_3 est la fonction périodique donnée par le graphe suivant :



Exercice 3 $\simeq$ ***20 min***

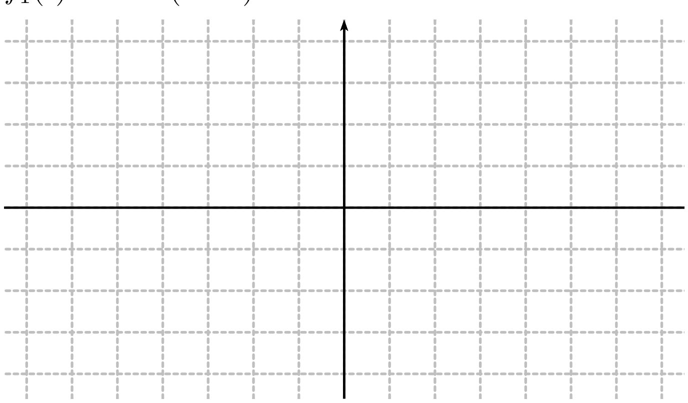
1. Les deux fonctions représentées ci-dessous sont de la forme $f(t) = A\sin(\omega t + \varphi) + C$. Déterminer dans chaque cas les valeurs de A, ω, φ et C

(a) 

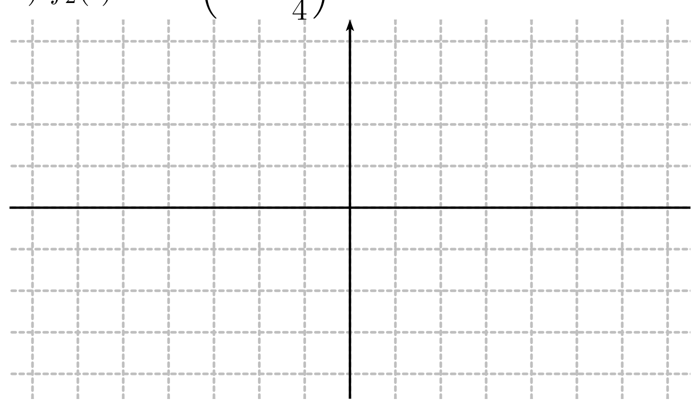
(b) 

2. Représenter, sur les graphiques ci-dessous, les fonctions f_1 et f_2 en **précisant les unités** en abscisse et en ordonnée à chaque fois.

$f_1(t) = 3\sin(10\pi t)$



b) $f_2(t) = \sin\left(\pi t - \dfrac{\pi}{4}\right) - 1$



Exercice 4 $\simeq$ ***25 min***

Résoudre les équations différentielles suivantes.

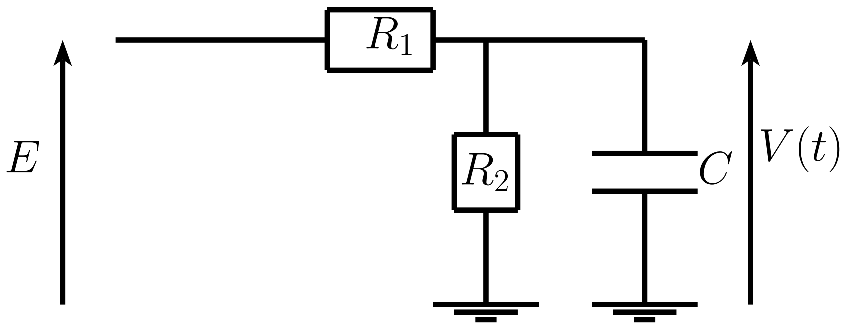
1. $\dfrac{du}{dt}(t) = RC$
2. $\begin{cases} 5y'(t) + 4y(t) = 0 \\ y(0) = 0 \end{cases}$
3. $\begin{cases} 10y'(t) + y(t) = 5e^{3t} \\ y(0) = 4 \end{cases}$
4. $2ty'(t) - y(t) = 0$

Exercice 5 $\simeq$ ***10 min***

1. La fonction $f(t) = te^{2t}$ est-elle solution de l'équation : $y'(t) - 2y(t) = e^{2t}$?
2. Donner un exemple d'équation différentielle linéaire d'ordre 1 à coefficients constants telle que la fonction $f(t) = 7e^{-\frac{t}{2}} + 5t$ est solution.

Exercice 6 $\simeq$ ***25 min***

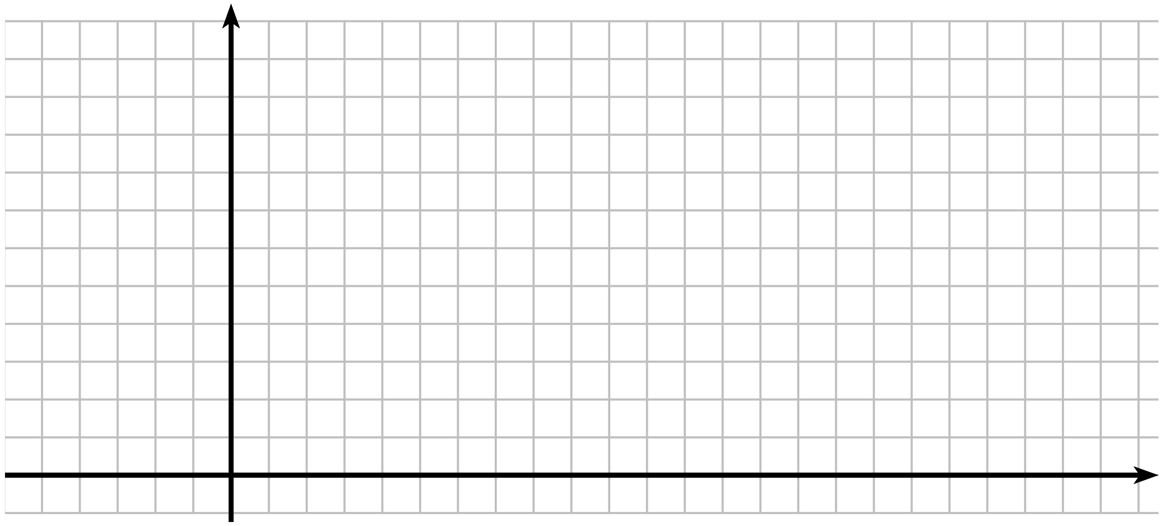
On considère le circuit suivant :



Avec C **non chargé** initialement ;
Avec $R_1 = 10k\Omega$, $R_2 = 10k\Omega$, $C = 100\mu F$ et $E = 10V$.
On **admet** que la tension $V(t)$ aux bornes du condensateur vérifie l'équation différentielle suivante :

$$\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C \times \frac{dV}{dt}(t) + V(t) = \frac{R2}{R1 + R2} E$$

1. L'équation différentielle est-elle sous forme canonique ?
   Donner l'expression valeur de τ, la constante de temps, et calculer sa valeur.
2. Donner l'expression de la solution $V(t)$ en fonction de τ, R_1, R_2 et E. Puis remplacer τ, R_1, R_2 et E par leur valeur.
3. Sur le graphique ci-dessous :
   - choisir les échelles des 2 axes
   - représenter la tangente en 0 à la courbe de V
   - représenter le plus précisément possible l'allure de la courbe de V



Bonus : Expliquer comment on obtient l'équation différentielle de l'exercide 6.