Nom : Prénom : Groupe :

Mathématiques - Devoir Surveillé 4
Vendredi 19 décembre 2025 - Durée : 1h00

Tout document et appareil électronique est interdit

Toute réponse doit être rigoureusement justifiée et une attention particulière sera portée à la rédaction et à la présentation.

Exercice 1 $\simeq$ ***25 min***

1. On considère l'équation
$$z^2 + z + 3iz + 2i - 2 = 0$$
Le nombre complexe $z = -1 - 2i$ est-il solution ?
2. Résoudre dans $\mathbb{C}$

(a) $z^2 - 3z = 0$ (b) $z^2 + (3i - 4)z + 1 - 7i = 0$ (c) $z^2 + 4 = 0$

Exercice 2 $\simeq$ ***20 min***

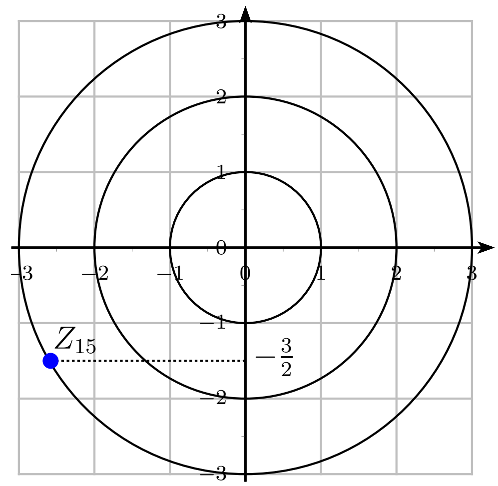
1. Écrire sous forme exponentielle les nombres complexes suivants :
   (a) $Z_1 = \left(1 - i\sqrt{3}\right)^3$
   (b) $Z_2 = 3i(1 - i\sqrt{3})(-2 + 2i)$
   (c) $Z_3 = \dfrac{1 - i\sqrt{3}}{(3 + 3i)^2}$
2. Écrire sous forme algébrique les nombres complexes suivants :
   (a) $Z_4 = \dfrac{3}{i^5} - \dfrac{1}{i^4} + \dfrac{1}{i^2} - \dfrac{5}{i} + 1$
   (b) $Z_5 = e^{\frac{i\pi}{2}} - e^{\frac{i\pi}{6}} + \sqrt{3}e^{\frac{i\pi}{3}} + 4e^{i\pi}$
3. Déterminer la partie réelle, la partie imaginaire, le module et un argument de :
$$Z_6 = \left(e^{\frac{i\pi}{12}} - e^{\frac{7i\pi}{12}}\right)\left(e^{-\frac{i\pi}{12}} + e^{\frac{5i\pi}{12}}\right)$$

Exercice 3 $\simeq$ ***15 min***

1. Linéariser l'expression $f(x) = \sin(4x)\cos(3x)$.
2. Déterminer le module et l'argument de
$$Z_{11} = R + jL\omega + \frac{1}{jC\omega}$$
avec R, C, L et ω des constantes positives.

3. Placer précisément les points d'affixe Z_{12}, Z_{13} et Z_{14}

   (a) $Z_{12} = 2e^{i\frac{5\pi}{3}}$ (b) $Z_{13} = -3e^{i\frac{3\pi}{2}}$ (c) $Z_{14} = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$



4. Déterminer la forme algébrique ou exponentielle de Z_{15} en expliquant votre démarche.