

Nom :

Prénom :

Groupe :

Mathématiques - Devoir Surveillé 1

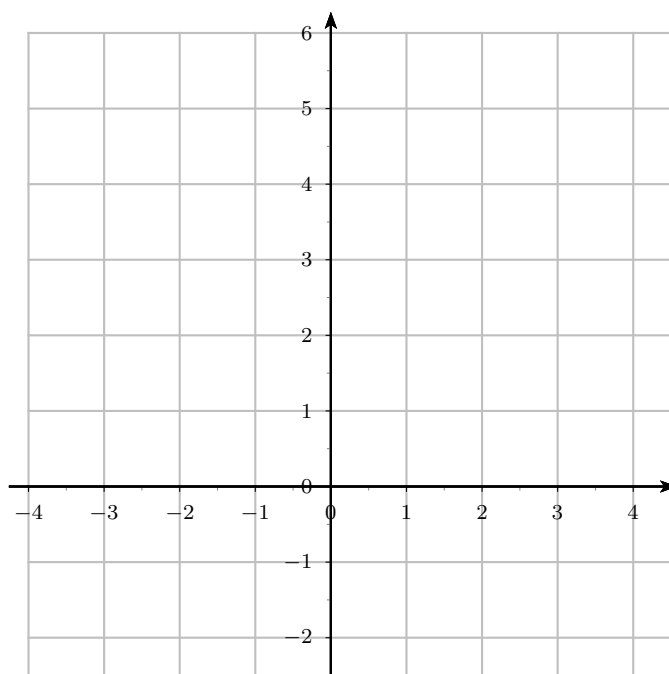
Vendredi 14 février 2025 - Durée : 1h30

Tout document et appareil électronique est interdit

Toute réponse doit être rigoureusement justifiée et une attention particulière sera portée à la rédaction et à la présentation.

Exercice 1 Soit la fonction $f(x) = -2 \ln\left(\frac{1}{3}x + 1\right) + 1$

1. Déterminer D l'ensemble de définition de f .
2. Calculer la dérivée de f et en déduire le sens de variation de f .
3. Déterminer les limites de f en -3 et $+\infty$ et compléter le tableau de variation de f .
4. Déterminer l'ensemble E tel que f soit bijective de D dans E .
5. Déterminer la réciproque de f .
6. Déterminer l'équation de la tangente (d_0) à la courbe représentative de f en $x = 0$.
7. Tracer, sur le graphique ci-dessous, la tangente (d_0), la ou les asymptote(s) et, le plus précisément possible, la courbe représentative de f .



Exercice 2

1. Soient les fonctions $f(x) = \frac{1}{2-5x}$, $g(x) = \frac{2x-1}{5x}$ et $h(x) = \frac{x-2}{5x}$.
 - (a) Déterminer $f \circ g$ (sous la forme la plus simplifiée possible)
 - (b) Déterminer $f \circ h$ (sous la forme la plus simplifiée possible)
 - (c) Parmi les fonctions g et h , l'une d'elle est-elle la réciproque de f ?

2. On considère la fonction $f(x) = \cos(2 + 3\sqrt{x})$. Décomposer f sous la forme $w \circ v \circ u(x)$ avec w , v et u trois fonctions différentes de l'identité.

Exercice 3

1. Résoudre les équations et inéquations suivantes :

(a) $|x - 7| = 1$

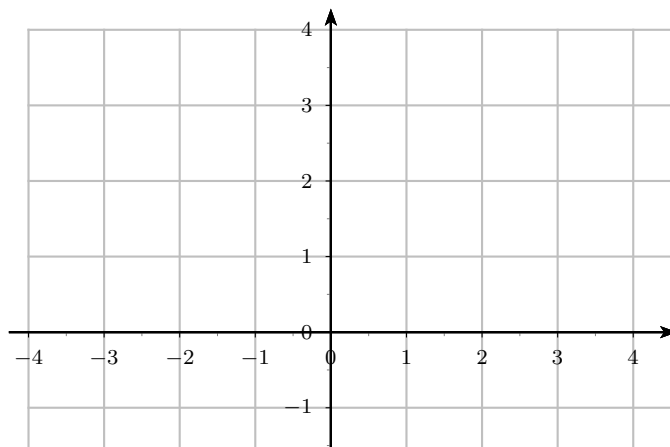
(b) $|2x + 3| > 4$

(c) $|x + 3| = |3x - 2| + 1$

2. Tracer précisément, sur le graphique ci-dessous, les courbes représentatives des fonctions suivantes

(a) $f(x) = |2x - 1|$

(b) $g(x) = |x^2 - 1|$



Exercice 4 Déterminer (en justifiant la démarche) :

1. $\arccos(0)$

4. $\arcsin\left(\sin\left(\frac{5\pi}{4}\right)\right)$

6. $\arccos\left(\sin\left(\frac{5\pi}{4}\right)\right)$

2. $\arcsin(0.5)$

5. $\arctan\left(\tan\left(\frac{5\pi}{4}\right)\right)$

3. $\arctan(\sqrt{3})$

Exercice 5 On considère les matrices suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

- Déterminer, sans faire le calcul, tous les produits matriciels possibles entre deux matrices distinctes. Précisez dans chacun des cas la taille de la matrice produit associée.
- Déterminer si possible : tA , $A \times C$, $A + D$ et $3D$.
- La matrice $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 0 \\ 2 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ est-elle l'inverse de la matrice B ?