

Nom :

Prénom :

Groupe :

Mathématiques - Devoir Surveillé 1

Vendredi 13 février 2026 - Durée : 1h30

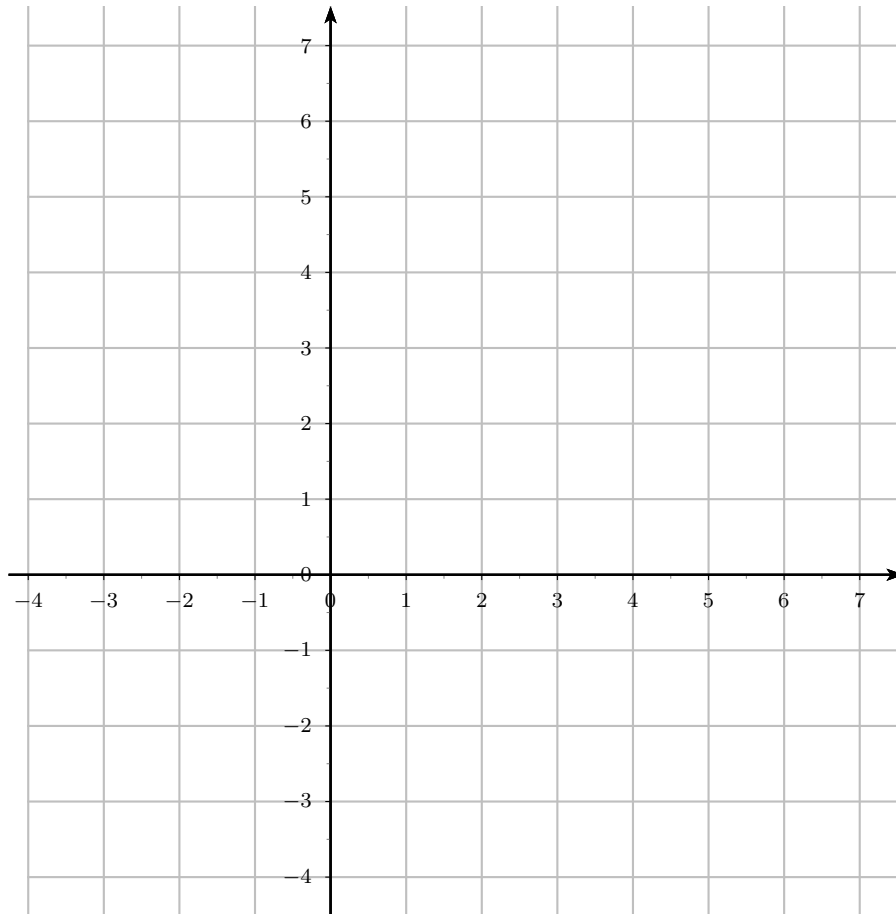
Tout document et appareil électronique est interdit

Toute réponse doit être rigoureusement justifiée et une attention particulière sera portée à la rédaction et à la présentation.

Exercice 1 25 minutes - barème indicatif : 6 pts

Soit la fonction $f(x) = \frac{1}{2}(x-1)^2 - 3$

1. Déterminer D_f l'ensemble de définition de f .
2. Calculer la dérivée de f et en déduire le sens de variation de f .
3. Déterminer les limites de f en $-\infty$ et $+\infty$ et compléter le tableau de variation de f .
4. Déterminer les ensembles images suivants : $f(]-3; -1])$ et $f(]-1; 3])$
5. Déterminer E tel que f soit bijective de $D = [1; +\infty[$ dans E .
6. Déterminer la réciproque de f , définie sur E .
7. Déterminer l'équation de la tangente (d_0) à la courbe représentative de f en $x = 0$.
8. Tracer, sur le graphique ci-dessous, la tangente (d_0) et, le plus précisément possible, les courbes représentatives de f (définie sur D) et f^{-1} (définie sur E).



Exercice 2 15 minutes - barème indicatif : 4 pts

Calculer les limites suivantes.

1. $\lim_{t \rightarrow 2} \frac{t^2 - 2t}{3t^2 - 12}$

4. $\lim_{t \rightarrow -\infty} e^{t^3 + 3t - 5}$

3. $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{t}{\ln(t^5)}$

2. $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{t^2 + 5t + 8}{t^3 - 12}$

5. $\lim_{\substack{t \rightarrow 2 \\ t > 2}} \ln \left(\frac{t+1}{t-2} \right)$

Exercice 3 15 minutes - barème indicatif : 3 pts

1. Soient les fonctions $f(t) = \sqrt{e^{2t-1}}$, $g(t) = \frac{t-1}{t+3}$ et $h(t) = \ln(t) + \frac{1}{2}$.

(a) Déterminer $f \circ h$ sous la forme la plus simplifiée possible. f est-elle la fonction réciproque de la fonction h ?(b) Déterminer $g \circ g \circ g$ (sous la forme la plus simplifiée possible)

2. Écrire la fonction $k(t) = \frac{1}{\sqrt{2t-3}} + 4$ comme composée de fonctions usuelles* différentes de l'identité.

★ On appelle fonctions usuelles, les fonctions suivantes :

$$f_1(t) = \ln(t) \quad f_2(t) = e^t \quad f_3(t) = t^2 \quad f_4(t) = \sqrt{t} \quad f_5(t) = \frac{1}{t} \quad f_6(t) = at + b$$

Exercice 4 20 minutes - barème indicatif : 3 pts

1. Résoudre les équations et inéquations suivantes :

(a) $|3x + 1| = 6$

(b) $|3 - x| > 2$

(c) $|x + 1| - 2|2x - 3| = -10$

2. Tracer précisément, sur votre copie, la courbe représentative de $f(x) = |2x - 1|$ **Exercice 5 15 minutes - barème indicatif : 4 pts**

1. On considère la matrice suivante :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(a) Dessiner le graphe orienté dont A est la matrice associée.(b) Calculer A^3 .

(c) Déterminer le nombre de chemins à 3 étapes permettant d'aller du nœud 3 au nœud 2 puis décrire chacun d'entre eux (en donnant la succession de nœuds).

2. Soient les matrices $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$ et $C = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 6 & 11 \end{pmatrix}$. Calculer si possible

(a) $B - 3C$

(b) B^{-1}