

Mathématiques - Devoir Surveillé 3

Vendredi 23 mai 2025 - Durée : 1h10

Tout document et appareil électronique est interdit

Toute réponse doit être rigoureusement justifiée et une attention particulière sera portée à la rédaction et à la présentation.

Exercice 1 Calculer par la méthode de votre choix

1. $I_1 = \int_0^1 \frac{1}{t+1} e^{\ln(t+1)} dt$

4. $I_4 = \int_0^1 \frac{2t^2 + t}{(t^2 + 1)(t - 2)} dt$

2. $I_2 = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^2(3t) dt$

5. $I_5 = \int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}(x+1)} dx$
on pourra poser $x = t^2$

3. $I_3 = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin(3x) \cos^4(3x) dx$

6. $I_6 = \int_0^1 \arctan(x) dx$

Exercice 2

1. Calculer $J_1 = \int_0^1 |-3t + 1| dt$

2. Calculer $J_2 = \int_0^\pi \cos\left(\frac{t}{x}\right) dt$

3. Calculer l'intégrale de la fonction g sur l'intervalle $[-2; 7]$:

- g est périodique de période 3
- $g(x) = t - 1$ sur l'intervalle $[0, 2[$
- $g(x) = -1$ sur l'intervalle $[2, 3[$

4. Donner un exemple de fonction f non-nulle telle que $\int_{-1}^2 f(t) dt = 0$.

Exercice 3

1. Dire si les équivalences suivantes sont vraies ou fausses

(a) $\frac{3t^2 + t}{(t^4 - 1)(t + 5)} \underset{+\infty}{\sim} \frac{1}{t^3}$

(b) $\ln(1 + t) \underset{+\infty}{\sim} t$

(c) $e^t - 1 \underset{0}{\sim} t$

2. Déterminer si les intégrales généralisées suivantes sont convergentes ou divergentes :

(a) $K_1 = \int_{-1}^{+\infty} \frac{2}{(3t + 2)^2 + 1} dt$

(b) $K_2 = \int_1^{+\infty} \sin\left(\frac{1}{\sqrt{t}}\right) dt$

3. Calculer K_1 et K_2 si elles convergent.