

## Analyse spectrale

### Application aux circuits électriques

Mars 2024

Formulaire de réponse

Superposition  
○Décomposition  
●○○○Représentation spectrale  
○○○○○○○○○○○○○○

La décomposition

## Énoncé I

Sous certaines conditions de dérivation et de continuité, tout signal à temps continu  $s(t)$  périodique de pulsation  $\omega$  peut s'écrire sous la forme d'une somme de signaux sinusoïdaux

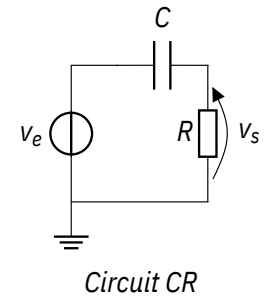
Cette somme peut s'écrire :

$$s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)$$

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T s(t) dt \quad a_n = \frac{2}{T} \int_0^T s(t) \cos(n\omega t) dt \quad b_n = \frac{2}{T} \int_0^T s(t) \sin(n\omega t) dt$$

## Les circuits d'électronique sont-ils linéaires ?

- ▶ Calculer  $V_{s1}$  pour une entrée  $V_{e1}$
- ▶ Calculer  $V_{s2}$  pour une entrée  $V_{e2}$
- ▶ Démontrer la linéarité du circuit pont diviseur.
- ▶ Calculer la sortie du montage pour  $v_e(t) = 2 \sin(\omega t) + 4 \sin(5\omega t + \frac{\pi}{4})$ , avec  $RC\omega = \frac{1}{2}$



Formulaire de réponse

VR

4 / 31

Superposition  
○Décomposition  
○●○○Représentation spectrale  
○○○○○○○○○○○○○○

Égalité de Parseval

## Égalité de Parseval

Il est possible de calculer la puissance d'un signal avec la connaissance de l'amplitude de ses harmoniques :

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T v(t)^2 dt = a_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^2 + b_n^2)$$

### Interprétation

L'énergie d'un signal se calcule en faisant la somme des énergies de chaque composante.

## Calcul de la puissance I

1. Rappeler la définition de la valeur efficace  $s_{eff}$  d'un signal  $s(t)$ .

---

---

---

---

2. Rappeler la puissance et la valeur efficace d'un signal sinusoïdal  $v(t) = A \cos(\omega t)$ .

---

---

---

---

## Calcul de la puissance III

3. Calculer la puissance et la valeur efficace d'un signal

$$v(t) = A + B \cos(\omega t)$$

(5 min)

Faites l'application numérique pour  $A = 1V$  et  $B = 2V$ .

---

---

---

---

---

## Calcul de la puissance II

3. Que devrait être l'amplitude d'un signal constant, tel que sa puissance soit égale à celle du signal  $v(t)$  ?

---

---

---

---

## Représentation et Vocabulaire

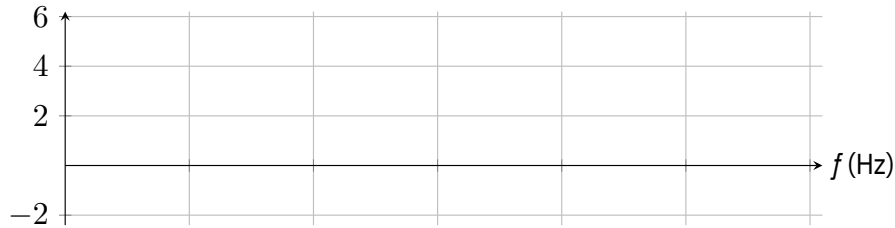
Spectre d'un signal analogique périodique

- ▶ Les composantes sont représentés par des \_\_\_\_\_ (ou Dirac),
- ▶ Le spectre est symétrique pour les fréquences négatives, on ne le représentera pas,
- ▶ Les composantes, appelées \_\_\_\_\_, sont des multiples de la fréquence du signal, appelée fréquence \_\_\_\_\_ notée \_\_\_\_\_.
- ▶ On appelle composante **de rang**  $n$  celle dont la fréquence vaut \_\_\_\_\_.
- ▶ la composante continue, ou *offset*, est la composante de fréquence \_\_\_\_\_. C'est aussi la \_\_\_\_\_.
- ▶ Les amplitudes  $a_n$  tendent vers \_\_\_\_\_ à haute fréquence.

## Tracer des spectres I

- Représenter le spectre en amplitude des signaux  $s_1, s_2, s_3$  sur le même graphique. Ajouter les échelles, le nom et l'unité des axes. (15 min)

$$s_1(t) = 5\cos(314t) \quad s_2(t) = -5\cos(200\pi t - \frac{\pi}{4}) \quad s_3(t) = 1 + 5\cos(400\pi t - \frac{\pi}{4})$$



- Représenter le spectre en amplitude du signal  $s$ . (5 min)

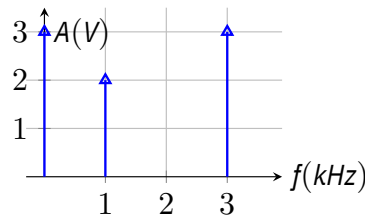
$$s(t) = 2 + 5\cos(100\pi t) - 4\sin(200\pi t)$$

Formulaire de réponse

VR

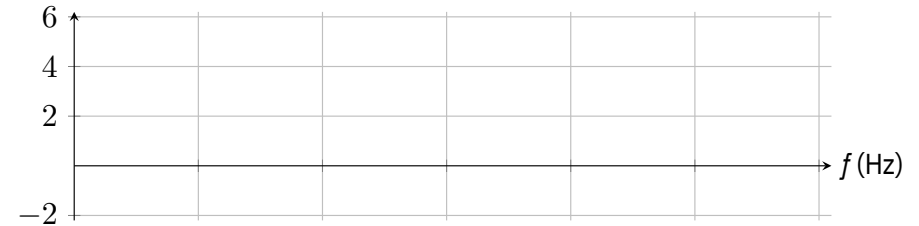
18 / 31

## Lecture de spectres I



- Sans calcul, donner la valeur moyenne, \_\_\_\_\_
- Quelle est l'amplitude de l'harmonique de rang 2? \_\_\_\_\_
- Quelle est la fréquence de ce signal? \_\_\_\_\_

## Tracer des spectres II



Formulaire de réponse

VR

19 / 31

## Lecture de spectres II

- Donner l'expression temporelle du signal dont le spectre en amplitude est représenté ci-dessus.

---



---



---



---

- Quelles sont les informations manquantes?

---

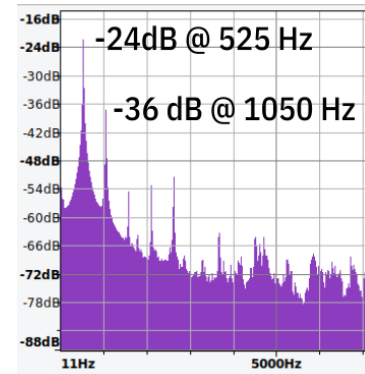


---

## Lecture de spectres III

- ▶ En ordonnée, plusieurs échelles sont utilisées, l'échelle \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ ou \_\_\_\_\_.
- ▶ Quelle échelle est utilisée ici?  
\_\_\_\_\_
- ▶ A quelles fréquences trouve-t-on les composantes principales?  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
- ▶ De quelle note s'agit-il? \_\_\_\_\_
- ▶ La forme du spectre s'appelle \_\_\_\_\_.

Voici le spectre d'une note jouée à la flûte traversière.



Formulaire de réponse

VR

22 / 31

## Étude du signal carré II

- ▶ Grâce à la décomposition en série de Fourier, on obtient :

$$v(t) = \frac{4A}{\pi} \left( \cos(\omega t) - \frac{\cos(3\omega t)}{3} - \frac{\cos(5\omega t)}{5} + \dots \right)$$

où A est l'amplitude du signal carré.

**Identifier les composantes de rang 1, 2, 3, 4 et 5.**

- ▶ Remplir le tableau suivant :

N° de l'harmonique	1	2	3	4	5
Fréquence (kHz)	2				
Amplitude	$\frac{4}{\pi}$				

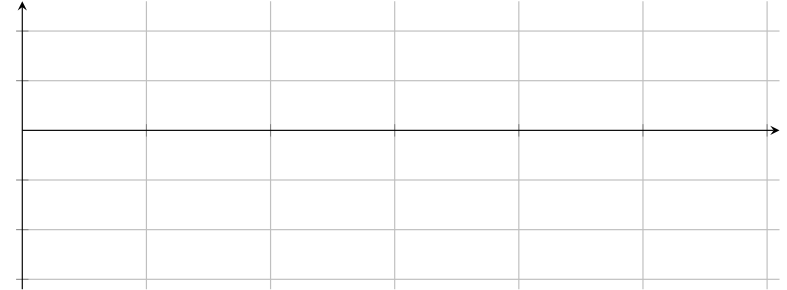
Formulaire de réponse

VR

24 / 31

## Étude du signal carré I

- ▶ Représenter le chronogramme d'un signal carré pair de valeur moyenne nulle, de pulsation 2kHz et d'amplitude càc 2V. Ajouter les échelles, le nom et l'unité des axes.



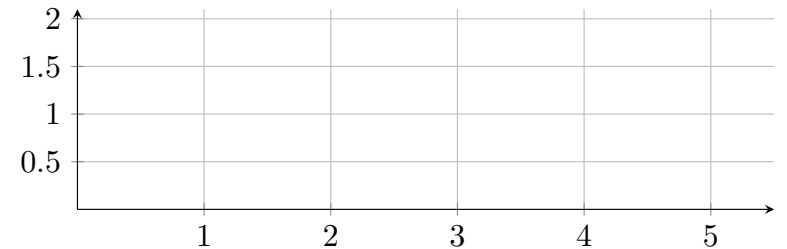
Formulaire de réponse

VR

23 / 31

## Étude du signal carré III

- ▶ Représenter les 6 premières composantes du spectre d'amplitude



- ▶ Quelle est l'amplitude des harmoniques de rang pair? Pourquoi?

---



---



---



---

Formulaire de réponse

VR

25 / 31

## Étude du signal carré IV

- ▶ Calculer la puissance d'un signal sinusoïdal d'amplitude 2V,  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
- ▶ Calculer la puissance d'un signal carré d'amplitude 2V (considérer les 5 premières composantes du tableau précédent).  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Formulaire de réponse

VR

26 / 31

## Filtrage du signal carré II

- ▶ Rappeler les expressions de  $|H(j\omega)|$  et de  $\arg(H(j\omega))$ .  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
- ▶ Faites les applications numériques pour chaque composante.
- ▶ En utilisant le théorème de superposition, donner l'expression de la sortie  $s(t)$ .  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Formulaire de réponse

VR

28 / 31

## Filtrage du signal carré I

Reprenons le cas du signal carré pair pour une amplitude  $A = 1V$  (diapo 21).  
Supposons que ce signal soit filtré par un filtre passe-bas du premier ordre, de pulsation de coupure  $\omega_0 = 2kHz$ .

N° de l'harmonique	1	2	3	4	5
pulsation (kHz)	2				
Amplitude	$\frac{4}{\pi}$				
$ H(j\omega) $					
$\arg(H(j\omega))$					

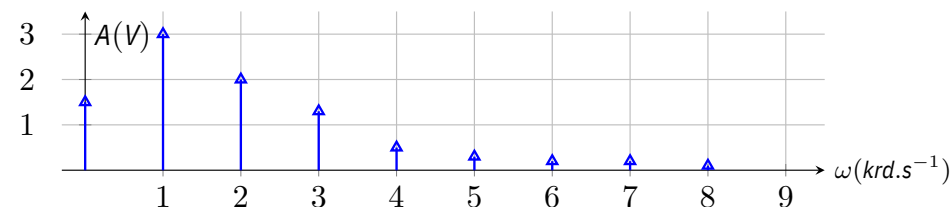
Formulaire de réponse

VR

27 / 31

## Encombrement spectral I

On appelle **encombrement spectral** la bande de fréquences où l'amplitude du spectre est supérieure à une certaine valeur qui dépend du cahier des charges du système. Généralement l'amplitude correspond au niveau de bruit admis.



Formulaire de réponse

VR

29 / 31

## Encombrement spectral II

- ▶ Quelle est la puissance des 4 premières composantes ?

---

---

---

---

- ▶ Quelle est la puissance de ce signal ?

---

---

---

---