

Diagramme de Bode d'une fonction de transfert décomposable en éléments simples de 1^{er} ordre

Note : dans la suite, G_{dBn} et $\Delta\varphi_n$ font référence respectivement au gain (en dB) et au déphasage de H_n .

Ecriture d'une fonction de transfert sous forme canonique

Pour pouvoir tracer le diagramme de Bode d'une fonction de transfert, elle doit impérativement être écrite sous forme canonique. Ceci implique qu'elle doit être écrite comme le quotient de polynômes en $j\omega$ où leur degré est minimisé. Le degré du dénominateur est appelé l'ordre du filtre.

Dans les faits, pour pouvoir tracer le diagramme de Bode d'une fonction de transfert, on factorisera au maximum le numérateur et le dénominateur en faisant apparaître des polynômes où les termes de degrés 0 (s'ils existent) doit être égaux à 1.

Note : si la fonction de transfert comporte (au minimum) un polynôme d'ordre 1 sans terme de degrés 0, son écriture n'est pas unique ! Néanmoins, le diagramme de Bode l'est toujours ...

Tracé de l'inverse d'une fonction de transfert

Soit une fonction de transfert H pouvant s'écrire comme l'inverse d'une autre :

$$H = \frac{1}{H_1}$$

Le gain G_{dB} de H (en dB) est tel que :

$$G_{dB} = 20 \cdot \log(|H|) = 20 \cdot \log\left(\frac{1}{|H_1|}\right) = -20 \cdot \log(|H_1|) = -G_{dB1}$$

Le déphasage $\Delta\varphi$ est quant à lui tel que :

$$\Delta\varphi = \arg(H) = \arg\left(\frac{1}{H_1}\right) = -\arg(H_1) = -\Delta\varphi_1$$

Conclusion : le tracé du diagramme de Bode de l'inverse d'une fonction de transfert revient à opérer une opération miroir par rapport à l'axe fréquentiel aussi bien pour le gain que pour le déphasage.

Tracé d'une fonction de transfert comme produit de fonctions de transfert élémentaires

Soit une fonction de transfert H pouvant s'écrire comme le produit de fonctions de transfert tel que :

$$H = H_1 \cdot H_2 \dots H_N$$

Le gain G_{dB} de H (en dB) est tel que :

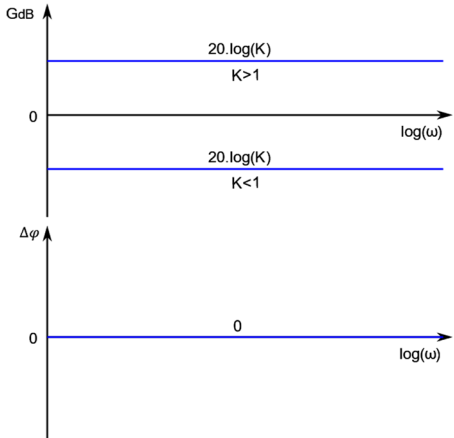
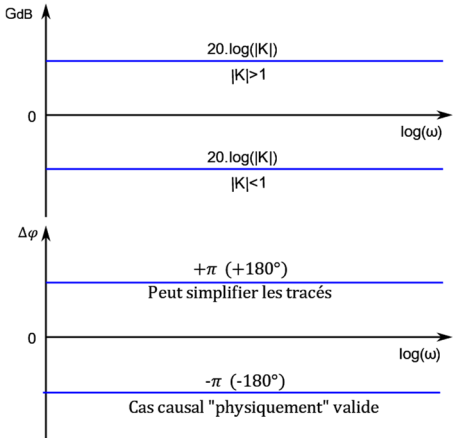
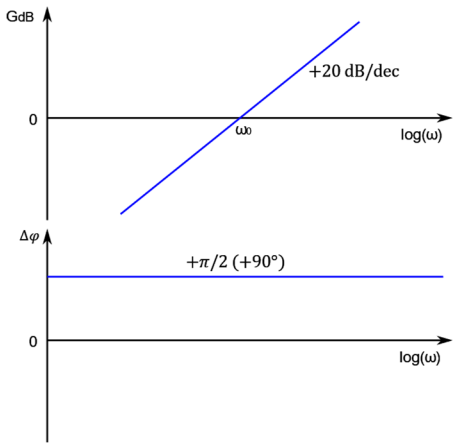
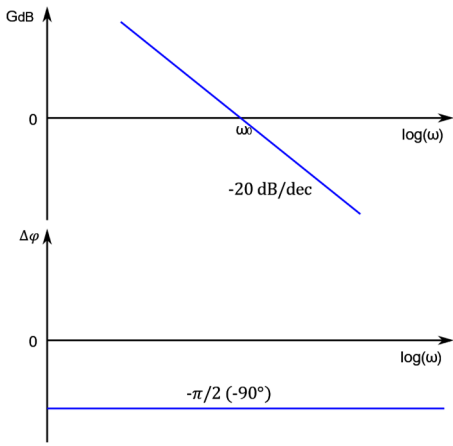
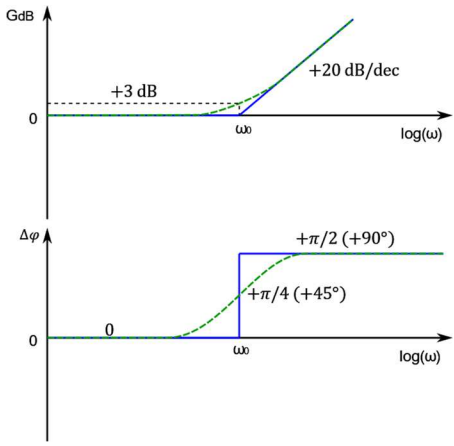
$$G_{dB} = 20 \cdot \log(|H|) = 20 \cdot \log(|H_1|) + 20 \cdot \log(|H_2|) + \dots + 20 \cdot \log(|H_N|) = G_{dB1} + G_{dB2} + \dots + G_{dBN}$$

Le déphasage $\Delta\varphi$ est quant à lui tel que :

$$\Delta\varphi = \arg(H) = \arg(H_1) + \arg(H_2) + \dots + \arg(H_N) = \Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2 + \dots + \Delta\varphi_N$$

Conclusion : Le tracé du diagramme de Bode d'une fonction de transfert pouvant s'écrire comme le produit de fonctions de transfert "élémentaires" peu se ramener à la somme des tracés de celles-ci !

Fonction de transfert élémentaires d'ordre inférieur ou égale à 1 :

<p align="center">Constante positive</p> $H = K \text{ (avec } K \geq 0) \quad \begin{cases} H = K = K \\ \Delta\varphi = 0 \end{cases}$ 	<p align="center">Constante négative</p> $H = K \text{ (avec } K < 0) \quad \begin{cases} H = K = -K \\ \Delta\varphi = \pm\pi \end{cases}$ 
<p align="center">Dérivateur pur</p> $H = j\omega/\omega_0 \quad \begin{cases} H = \omega/\omega_0 \\ \Delta\varphi = +\frac{\pi}{2} \end{cases}$ 	<p align="center">Intégrateur pur</p> $H = \frac{1}{j\omega/\omega_0} \quad \begin{cases} H = \frac{\omega_0}{\omega} \\ \Delta\varphi = -\frac{\pi}{2} \end{cases}$ 
<p align="center">Dérivateur</p> $H = 1 + j\omega/\omega_0 \quad \begin{cases} H = \sqrt{1 + (\omega/\omega_0)^2} \\ \Delta\varphi = \text{atan}(\omega/\omega_0) \end{cases}$ 	<p align="center">Intégrateur</p> $H = \frac{1}{1 + j\omega/\omega_0} \quad \begin{cases} H = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_0)^2}} \\ \Delta\varphi = -\text{atan}(\omega/\omega_0) \end{cases}$ 